1974年度入学試験問題

数　　学　（文系）

200点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で6題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

二次関数 $y = ax^2 + bx + c$（a, b, c は実数，$a \neq 0$）のグラフが三点 $(1,\ 3)$，$(2,\ 6)$，$(-1,\ 9)$ を通るという．この関数 y の値が最小になるのは，x がどの値のときか．

2

（30 点）

△ABC において，辺 AB，BC の長さがそれぞれ 2cm，5cm であって，△ABC の面積は $4\,\mathrm{cm}^2$ である．$\angle\mathrm{ABC} = \theta$ とおくとき，$|\cos\theta|$ を求めよ．

3

（30 点）

$(x^3 + \sqrt{2}x^2 + \sqrt[3]{3}x + 1)^{100}$ を展開したときの，x^{296} の係数を求めよ．

4

（35 点）

$F(x)$，$g(x)$ が x の多項式で，次の三条件をみたすものとする．$F(x)$ および $g(x)$ を求めよ．

(1) $\dfrac{dF(x)}{dx} = g(x)$.

(2) $F(x)$ は $g(x)$ で割りきれる．

(3) $g(x)$ は n 次式で，x^n の係数は 1，x^{n-1} の係数は 0 である．

5

（35 点）

正の定数 a，b に対し，不等式 $4m < n^2 < 4m + \dfrac{a}{\sqrt{m}} + \dfrac{b}{m}$ を考え，次の問いに答えよ．

(1) $m > 0$，かつ m，n ともに整数であって，この不等式をみたすような m，n の組は有限個しか存在しないことを証明せよ．

(2) $a = 8$，$b = 9$，$m \geqq 9$ であるときは，上の不等式をみたす整数 m，n の組は $n^2 = 4m + 1$ をみたすことを証明せよ．

(3) (2) の場合の m，n の組のうち，n が最も大きいものを求めよ．

6

（35 点）

(1) $\triangle \mathrm{OP_0P_1}$ が与えられている．辺 $\mathrm{P_0O}$ 上に点 $\mathrm{P_2, P_4, \cdots, P_{2n}, \cdots}$ を，また辺 $\mathrm{P_1O}$ 上に点 $\mathrm{P_3, P_5, \cdots, P_{2n+1}, \cdots}$ を適当にとって，次の三条件 (i)〜(iii) がみたされるようにしうるための，$\triangle \mathrm{OP_0P_1}$ についての条件を求めよ．

(i) $\mathrm{P_0, P_2, P_4, \cdots, P_{2n}, \cdots}$ はこの順に線分 $\mathrm{P_0O}$ 上にならび，しかも n が大きくなるに従って，O に近づく．

(ii) $\mathrm{P_1, P_3, P_5, \cdots, P_{2n+1}, \cdots}$ はこの順に線分 $\mathrm{P_1O}$ にならんでいる．

(iii) $\triangle \mathrm{P_{n-1}P_nP_{n+1}} \backsim \triangle \mathrm{P_nP_{n+1}P_{n+2}}$ が，n のどの自然数値に対しても成立する．（ここでいう相似は，左辺の三角形の $\mathrm{P_{n-1}}$，$\mathrm{P_n}$，$\mathrm{P_{n+1}}$ が右辺の三角形の $\mathrm{P_n}$，$\mathrm{P_{n+1}}$，$\mathrm{P_{n+2}}$ に順次対応した相似を意味する．）

(2) 上のように点がとれたとき，$\triangle \mathrm{P_{n-1}P_nP_{n+1}}$ の面積を第 n 項（$n = 1, 2, \cdots$）とする数列は

(i) いつでも等比数列である

(ii) 等比数列になる場合もあり，等比数列にならない場合もある

(iii) けっして等比数列にはならない

のどれが正しいか，理由を付して答えよ．

問題は，このページで終わりである。