

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1973年

試験時間：150分

問題数：6問

配点：200点

第 1 問

10 進法で 3 けたの整数 α (≥ 0) をとり, α の一位の数と百位の数を入れかえてできる数を α' とする. ただし, 1 けたの数, 2 けたの数もそれぞれその前に 00 および 0 をつけて 3 けたの数とみなす.

α が 0 から 999 までのすべての整数をとるとき, 整数 $\alpha - \alpha'$ 全体の集合を A とし, A に含まれる正の整数全体の集合を B とする. このとき

- (1) A, B に属する整数の個数を求めよ.
- (2) B に属する整数の総和を求めよ.

第 2 問

p, q, r は実数とする. 三次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ において, 一根が 1 で他の二根はその絶対値がいずれも 1 であるための必要十分条件を求めよ.

第 3 問

底辺の長さが $a\text{cm}$ ，その辺に対する頂角の大きさが θ° ($0 < \theta < 180$) であるような三角形の面積の数値全体の集合を $S(a, \theta)$ で表わす．いま $0 < a_1 \leq a_2$ ， $0 < \theta_2 \leq \theta_1 < 180$ であるとき， $S(a_1, \theta_1)$ と $S(a_2, \theta_2)$ の包含関係をしらべよ．とくに等しくなるのはどのような場合か．

第 4 問

$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は平面上の単位ベクトルで, どの二つも 120° の角をなすものとする.
このとき, この平面上の任意のベクトル $\vec{x}$ に対して

(1) $(\vec{a}, \vec{x}) + (\vec{b}, \vec{x}) + (\vec{c}, \vec{x}) = 0$ が成り立つことを示せ.

(2) $(\vec{a}, \vec{x})^2 + (\vec{b}, \vec{x})^2 + (\vec{c}, \vec{x})^2$ の値を $\vec{x}$ の大きさ l を用いて表わせ.

ただし $(\vec{a}, \vec{x})$ などとはベクトルの内積を表わす.

第 5 問

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ において, $f(0) > 0$ とし, この関数のグラフは点 $(1, 1)$ および $(3, 5)$ を通るものとする. このとき $f(x)$ の最小値を最大にするような a, b, c の値を求めよ.

第 6 問

放物線 $y = ax^2 - 4$ ($a > 0$) と直線 $y = 5$ とで囲まれた部分の面積を S とし、その部分を y 軸のまわりに一回転してできる回転体の体積を V とする.

S , V の値を求め、 S と V の間の a を含まない関係式を導け.