1973年度入学試験問題

数　　学　（文系）

200点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で6題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（35 点）

10 進法で 3 けたの整数 α（$\geqq 0$）をとり，α の一位の数と百位の数をいれかえてできる数を α' とする．ただし，1 けたの数，2 けたの数もそれぞれその前に 00 および 0 をつけて 3 けたの数とみなす．

α が 0 から 999 までのすべての整数をとるとき，整数 $\alpha - \alpha'$ 全体の集合を A とし，A に含まれる正の整数全体の集合を B とする．このとき

(1) A，B に属する整数の個数を求めよ．

(2) B に属する整数の総和を求めよ．

2

（35 点）

p，q，r は実数とする．三次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ において，一根が 1 で他の二根はその絶対値がいずれも 1 であるための必要十分条件を求めよ．

3

（35 点）

底辺の長さが $a$cm，その辺に対する頂角の大きさが θ°（$0 < \theta < 180$）であるような三角形の面積の数値全体の集合を $S(a, \theta)$ で表わす．いま $0 < a_1 \leqq a_2$，$0 < \theta_2 \leqq \theta_1 < 180$ であるとき，$S(a_1, \theta_1)$ と $S(a_2, \theta_2)$ の包含関係をしらべよ．とくに等しくなるのはどのような場合か．

4

（35 点）

$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ は平面上の単位ベクトルで，どの二つも 120° の角をなすものとする．このとき，この平面上の任意のベクトル $\overrightarrow{x}$ に対して

(1) $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{x}) + (\overrightarrow{b}, \overrightarrow{x}) + (\overrightarrow{c}, \overrightarrow{x}) = 0$ が成り立つことを示せ．

(2) $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{x})^2 + (\overrightarrow{b}, \overrightarrow{x})^2 + (\overrightarrow{c}, \overrightarrow{x})^2$ の値を $\overrightarrow{x}$ の大きさ l を用いて表わせ．

ただし $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{x})$ などはベクトルの内積を表わす．

5

（35 点）

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ において，$f(0) > 0$ とし，この関数のグラフは点 $(1,\ 1)$ および $(3,\ 5)$ を通るものとする．このとき $f(x)$ の最小値を最大にするような a，b，c の値を求めよ．

6

（35 点）

放物線 $y = ax^2 - 4$（$a > 0$）と直線 $y = 5$ とで囲まれた部分の面積を S とし，その部分を y 軸のまわりに一回転してできる回転体の体積を V とする．

S，V の値を求め，S と V の間の a を含まない関係式を導け．

問題は，このページで終わりである。