

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1971 年

試験時間：150 分

問題数：6 問

配点：200 点

第 1 問

- (1) 次の□の中に適当な数あるいは語句をいれ、その理由をしるせ.

$x > 0$ において、直線 $y = ax$ (a は正数) と曲線 $xy = 1$ の交点を P とする. 原点を O とするとき、線分 OP の長さ OP が最小となるのは $a = \square^{\text{ア}}$ のときで、そのとき $OP = \square^{\text{イ}}$ である. $a \geq 1$ では、 a が増加するとともに OP は $\square^{\text{ウ}}$ し、 $a < 1$ では、 a が増加するとともに OP は $\square^{\text{エ}}$ する.

- (2) $0 < xy \leq 1$, $1 \leq \frac{y}{x} \leq \sqrt{3}$, $x > 0$ をみたす点 (x, y) の範囲を考える. 点 Q はこの範囲にあるものとして、 OQ の最大値、およびそのとき線分 OQ が x 軸となす角を求めよ.

第 2 問

α, β は複素数で, α の絶対値は 1 とする. このとき $z + \alpha\bar{z} + \beta = 0$ を満足する複素数 z があるための必要十分条件は $\alpha\bar{\beta} = \beta$ であることを示せ. ここに $\bar{z}, \bar{\beta}$ はそれぞれ z, β の共役複素数を表わす.

第 3 問

台形 ABCD の平行な 2 辺 AB, DC 上にそれぞれ点 P, Q をとる. 次に AB に平行な直線が辺 AD, BC および線分 PQ と交わる点をそれぞれ L, M, N とし, $AP = a$, $PB = b$, $DQ = c$, $QC = d$, $LN = x$, $NM = y$ とする. $ad - bc > 0$, $c \neq 0$ のとき, $\frac{y}{x}$, $\frac{b}{a}$, $\frac{d}{c}$ の大小をしらべよ.

第 4 問

xy 平面上の曲線 $y = \sqrt{|x^2 - 1|}$ と直線 $y = 2$ とが囲む図形を x 軸のまわりに回転してえられる回転体の体積を求めよ.

第 5 問

空間に正方形がある．これを一つの平面上に正射影したとき，2 辺の長さおよび一つの頂角がそれぞれ， $2\sqrt{2}$ ， $\sqrt{6}$ および 30° であるような平行四辺形がえられた．

- (1) 平行四辺形の二つの対角線の長さを求めよ．
- (2) もとの正方形の面積を求めよ．

第 6 問

3 次関数 $f(x) = x^3 - ax$ (a は実数) の絶対値 $|f(x)|$ の $0 \leq x \leq 1$ における最大値は, a の値が何であっても, つねに $\frac{1}{4}$ より小さくないことを証明せよ.