1971年度入学試験問題

数　　学　（文系）

200点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で6題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（35 点）

(1) 次の□の中に適当な数あるいは語句をいれ，その理由をしるせ．

$x > 0$ において，直線 $y = ax$（a は正数）と曲線 $xy = 1$ の交点を P とする．原点を O とするとき，線分 OP の長さ OP が最小となるのは $a = \square^{ア)}$ のときで，そのとき $\mathrm{OP} = \square^{イ)}$ である．$a \geqq 1$ では，a が増加するとともに OP は $\square^{ウ)}$ し，$a < 1$ では，a が増加するとともに OP は $\square^{エ)}$ する．

(2) $0 < xy \leqq 1$，$1 \leqq \dfrac{y}{x} \leqq \sqrt{3}$，$x > 0$ をみたす点 $(x,\ y)$ の範囲を考える．点 Q はこの範囲にあるものとして，OQ の最大値，およびそのとき線分 OQ が x 軸となす角を求めよ．

2

（35 点）

α，β は複素数で，α の絶対値は 1 とする．このとき $z + \alpha\bar{z} + \beta = 0$ を満足する複素数 z があるための必要十分条件は $\alpha\bar{\beta} = \beta$ であることを示せ．ここに $\bar{z}$，$\bar{\beta}$ はそれぞれ z，β の共役複素数を表わす．

3

（35 点）

台形 ABCD の平行な 2 辺 AB，DC 上にそれぞれ点 P，Q をとる．次に AB に平行な直線が辺 AD，BC および線分 PQ と交わる点をそれぞれ L，M，N とし，$\mathrm{AP} = a$，$\mathrm{PB} = b$，$\mathrm{DQ} = c$，$\mathrm{QC} = d$，$\mathrm{LN} = x$，$\mathrm{NM} = y$ とする．$ad - bc > 0$，$c \neq 0$ のとき，$\dfrac{y}{x}$，$\dfrac{b}{a}$，$\dfrac{d}{c}$ の大小をしらべよ．

4

（35 点）

xy 平面上の曲線 $y=\sqrt{|x^2-1|}$ と直線 $y=2$ とが囲む図形を x 軸のまわりに回転してえられる回転体の体積を求めよ．

5

（35 点）

空間に正方形がある．これを一つの平面上に正射影したとき，2 辺の長さおよび一つの頂角がそれぞれ，$2\sqrt{2}$，$\sqrt{6}$ および 30° であるような平行四辺形がえられた．

(1)　平行四辺形の二つの対角線の長さを求めよ．

(2)　もとの正方形の面積を求めよ．

6

（35 点）

3 次関数 $f(x)=x^3-ax$（a は実数）の絶対値 $|f(x)|$ の $0 \leqq x \leqq 1$ における最大値は，a の値が何であっても，つねに $\dfrac{1}{4}$ より小さくないことを証明せよ．

問題は，このページで終わりである。