

2010年度入学試験問題

数 学 (理系甲)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

1 から 5 までの自然数を 1 列に並べる. どの並べかたも同様の確からしさに起こるものとする. このとき 1 番目と 2 番目と 3 番目の数の和と, 3 番目と 4 番目と 5 番目の数の和が等しくなる確率を求めよ. ただし, 各並べかたにおいて, それぞれの数字は重複なく 1 度ずつ用いるものとする.

2

(35 点)

四面体 ABCD において $\overrightarrow{CA}$ と $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DA}$ と $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{CD}$ はそれぞれ垂直であるとする. このとき, 頂点 A, 頂点 B および辺 CD の中点 M の 3 点を通る平面は辺 CD と直交することを示せ.

3

(35 点)

x を正の実数とする. 座標平面上の 3 点 $A(0, 1)$, $B(0, 2)$, $P(x, x)$ をとり, $\triangle APB$ を考える. x の値が変化するとき, $\angle APB$ の最大値を求めよ.

4

(30 点)

数列 $\{a_n\}$ は, すべての正の整数 n に対して $0 \leq 3a_n \leq \sum_{k=1}^n a_k$ を満たしているとする. このとき, すべての n に対して $a_n = 0$ であることを示せ.

5

(35 点)

a を正の実数とする. 座標平面において曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) と x 軸とで囲まれた図形の面積を S とし, 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$), 曲線 $y = a \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) および x 軸で囲まれた図形の面積を T とする. このとき $S : T = 3 : 1$ となるような a の値を求めよ.

6

(35 点)

座標空間内で, $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(0, 0, 1)$, $E(1, 0, 1)$, $F(1, 1, 1)$, $G(0, 1, 1)$ を頂点に持つ立方体を考える. この立方体を対角線 OF を軸にして回転させて得られる回転体の体積を求めよ.

問題は, このページで終わりである。

