

2008年度入学試験問題

数 学 (理系甲)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(35 点)

直線 $y = px + q$ が関数 $y = \log x$ のグラフと共有点を持たないために p と q が満たすべき必要十分条件を求めよ.

2

(35 点)

正四面体 $ABCD$ を考える. 点 P は時刻 0 では頂点 A に位置し, 1 秒ごとにある頂点から他の 3 頂点のいずれかに, 等しい確率で動くとする. このとき, 時刻 0 から時刻 n までの間に, 4 頂点 A, B, C, D のすべてに点 P が現れる確率を求めよ. ただし n は 1 以上の整数とする.

3

(30 点)

$AB = AC$ である二等辺三角形 ABC を考える. 辺 AB の中点を M とし, 辺 AB を延長した直線上に点 N を, $AN : NB = 2 : 1$ となるようにとる. このとき $\angle BCM = \angle BCN$ となることを示せ. ただし, 点 N は辺 AB 上にはないものとする.

4

(30 点)

定数 a は実数であるとする. 方程式

$$(x^2 + ax + 1)(3x^2 + ax - 3) = 0$$

を満たす実数 x はいくつあるか. a の値によって分類せよ.

5

(35 点)

次の式で与えられる底面の半径が 2, 高さが 1 の円柱 C を考える.

$$C = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 4, \quad 0 \leq z \leq 1\}$$

xy 平面上の直線 $y = 1$ を含み, xy 平面と 45° の角をなす平面のうち, 点 $(0, 2, 1)$ を通るものを H とする. 円柱 C を平面 H で二つに分けるときの, 点 $(0, 2, 0)$ を含む方の体積を求めよ.

6

(35 点)

空間内に原点 O を中心とし半径 1 の球面 S を考え, S 上の 2 点を $A\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ とする. $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ で与えられる平面を S で切った切り口の円において, A と B を結ぶ弧のうち短い方の長さを ℓ_1 とする. また 3 点 O, A, B を通る平面で S を切った切り口の円において, A と B を結ぶ弧のうち短い方の長さを ℓ_2 とする. このとき $\ell_1 > \ell_2$ を証明せよ.

問題は、このページで終わりである。

