

2007年度入学試験問題

数 学 (理系甲)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

以下の各問にそれぞれ答えよ.

問 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき, $A^6 + 2A^4 + 2A^3 + 2A^2 + 2A + 3E$ を求めよ.

問 2. 得点 $1, 2, \dots, n$ が等しい確率で得られるゲームを独立に 3 回繰り返す. このとき, 2 回目の得点が 1 回目の得点以上であり, さらに 3 回目の得点が 2 回目の得点以上となる確率を求めよ.

2

(30 点)

x, y を相異なる正の実数とする. 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 0, \quad a_{n+1} = xa_n + y^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定めるとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ が有限の値に収束するような座標平面上の点 (x, y) の範囲を図示せよ.

3

(35 点)

p を 3 以上の素数とする. 4 個の整数 a, b, c, d が次の 3 条件

$$a + b + c + d = 0, \quad ad - bc + p = 0, \quad a \geq b \geq c \geq d$$

を満たすとき, a, b, c, d を p を用いて表せ.

4

(35 点)

$\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の二等分線とこの三角形の外接円との交点で A と異なる点を A' とする．同様に $\angle B$, $\angle C$ の二等分線とこの外接円との交点をそれぞれ $\angle B'$, $\angle C'$ とする．このとき 3 直線 AA' , BB' , CC' は 1 点 H で交わり、この点 H は三角形 $A'B'C'$ の垂心と一致することを証明せよ．

5

(35 点)

$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする．座標平面上で原点の周りに $\frac{\pi}{3}$ 回転する 1 次変換を f とし、直線 $y = (\tan \alpha)x$ について対称移動する 1 次変換を g とする．合成変換 $f \circ g$ が x 軸について対称移動する 1 次変換と一致するとき、 α の値を求めよ．

6

(35 点)

$y = xe^{1-x}$ と $y = x$ のグラフで囲まれた部分を x 軸の周りに回転してできる立体の体積を求めよ．

問題は、このページで終わりである。

