

## 京都大学（理系） 2025 年 第 4 問

座標空間の 4 点  $O, A, B, C$  は同一平面上にないとする.  $s, t, u$  は 0 でない実数とする. 直線  $OA$  上の点  $L$ , 直線  $OB$  上の点  $M$ , 直線  $OC$  上の点  $N$  を

$$\overrightarrow{OL} = s\overrightarrow{OA}, \quad \overrightarrow{OM} = t\overrightarrow{OB}, \quad \overrightarrow{ON} = u\overrightarrow{OC}$$

が成り立つようにとる.

- (1)  $s, t, u$  が  $\frac{1}{s} + \frac{2}{t} + \frac{3}{u} = 4$  を満たす範囲であらゆる値をとるとき, 3 点  $L, M, N$  の定める平面  $LMN$  は,  $s, t, u$  の値に無関係な一定の点  $P$  を通ることを示せ. さらに, そのような点  $P$  はただ一つに定まることを示せ.
- (2) 四面体  $OABC$  の体積を  $V$  とする. (1) における点  $P$  について, 四面体  $PABC$  の体積を  $V$  を用いて表せ.