

京都大学（理系） 2020 年 第 2 問

p を正の整数とする. α, β は x に関する方程式 $x^2 - 2px - 1 = 0$ の 2 つの解で, $|\alpha| > 1$ であるとする.

- (1) すべての正の整数 n に対し, $\alpha^n + \beta^n$ は整数であり, さらに偶数であることを証明せよ.
- (2) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (-\alpha)^n \sin(\alpha^n \pi)$ を求めよ.