

京都大学（文系） 2018 年 第 5 問

整数が書かれている球がいくつか入っている袋に対して、次の一連の操作を考える。
ただし各球に書かれている整数は 1 つのみとする。

- (i) 袋から無作為に球を 1 個取り出し、その球に書かれている整数を k とする。
- (ii) $k \neq 0$ の場合、整数 k が書かれた球を 1 個新たに用意し、取り出した球とともに袋に戻す。
- (iii) $k = 0$ の場合、袋の中にあった球に書かれていた数の最大値より 1 大きい整数が書かれた球を 1 個新たに用意し、取り出した球とともに袋に戻す。

整数 0 が書かれている球が 1 個入っており他の球が入っていない袋を用意する。この袋に上の一連の操作を繰り返し n 回行った後に、袋の中にある球に書かれている $n+1$ 個の数の合計を X_n とする。例えば X_1 は常に 1 である。以下 $n \geq 2$ として次の間に答えよ。

(1) $X_n \geq \frac{(n+2)(n-1)}{2}$ である確率を求めよ。

(2) $X_n \leq n+1$ である確率を求めよ。