

京都大学（理系） 2013 年 第 2 問

N を 2 以上の自然数とし, a_n ($n = 1, 2, \dots$) を次の性質 (i), (ii) をみたす数列とする.

(i) $a_1 = 2^N - 3,$

(ii) $n = 1, 2, \dots$ に対して,

$$a_n \text{ が偶数のとき } a_{n+1} = \frac{a_n}{2}, \quad a_n \text{ が奇数のとき } a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{2}.$$

このときどのような自然数 M に対しても

$$\sum_{n=1}^M a_n \leq 2^{N+1} - N - 5$$

が成り立つことを示せ.