

京都大学（理系・乙） 2007 年 第 6 問

すべての実数で定義され何回でも微分できる関数 $f(x)$ が $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ を満たし、さらに任意の実数 a, b に対して $1 + f(a)f(b) \neq 0$ であって

$$f(a+b) = \frac{f(a) + f(b)}{1 + f(a)f(b)}$$

を満たしている.

- (1) 任意の実数 a に対して, $-1 < f(a) < 1$ であることを証明せよ.
- (2) $y = f(x)$ のグラフは $x > 0$ で上に凸であることを証明せよ.