

京都大学（理系） 2000 年 第 6 問

n, k は整数で, $n \geq 2, 0 \leq k \leq 4$ とする. サイコロを n 回投げて出た目の和を 5 で割ったときの余りが k に等しくなる確率を $p_n(k)$ とする.

- (1) $p_{n+1}(0), \dots, p_{n+1}(4)$ を $p_n(0), \dots, p_n(4)$ を用いて表せ.
- (2) $p_n(0), \dots, p_n(4)$ の最大値を M_n , 最小値を m_n とするとき次の (イ), (ロ) が成立することを示せ.

$$(イ) \quad m_n \leq \frac{1}{5} \leq M_n.$$

$$(ロ) \quad \text{任意の } k, l \ (0 \leq k \leq 4, 0 \leq l \leq 4) \text{ に対し } p_{n+1}(k) - p_{n+1}(l) \leq \frac{1}{6}(M_n - m_n).$$

- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(k)$ を求めよ.