

京都大学（理系） 1999 年 第 3 問

- (1)  $a_0 < b_0$ ,  $a_1 < b_1$  を満たす正の実数  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$  について, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{b_1^2}{a_0^2 + 1} + \frac{a_1^2}{b_0^2 + 1} > \frac{a_1^2}{a_0^2 + 1} + \frac{b_1^2}{b_0^2 + 1}$$

- (2)  $n$  個の自然数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  は互いに相異なり,  $1 \leq x_k \leq n$  ( $1 \leq k \leq n$ ) を満たしているとする. このとき, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\sum_{k=1}^n \frac{x_k^2}{k^2 + 1} > n - \frac{8}{5}$$