

京都大学（文系） 1999 年 第 4 問

相異なる 4 つの複素数 z_1, z_2, z_3, z_4 に対して

$$w = \frac{(z_1 - z_3)(z_2 - z_4)}{(z_1 - z_4)(z_2 - z_3)}$$

と置く．このとき，以下を証明せよ．

- (1) 複素数 z が単位円上にあるための必要十分条件は $\bar{z} = \frac{1}{z}$ である．
- (2) z_1, z_2, z_3, z_4 が単位円上にあるとき， w は実数である．
- (3) z_1, z_2, z_3 が単位円上にあり， w が実数であれば， z_4 は単位円上にある．