

京都大学（理系） 1998 年 第 2 問

$f(x) = x^2 + 7$ とおく.

- (1) n は 3 以上の自然数で, ある自然数 a に対して $f(a)$ が 2^n の倍数になっているとする. このとき $f(a)$ と $f(a + 2^{n-1})$ のうち少なくとも一方は 2^{n+1} の倍数であることを示せ.
- (2) 任意の自然数 n に対して $f(a_n)$ が 2^n の倍数となるような自然数 a_n が存在することを示せ.