

京都大学（理系） 1993 年 第 6 問

f, g をそれぞれ行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換とする. 以下では一般に, 1 次変換 a, b の合成 $b \circ a$ を簡単に ba と記す. また, aa を a^2 , aaa を a^3 と書く.

- (1) $f^2 = g^2 = (gf)^3 = i$ を示せ. ただし, i は恒等変換, すなわち任意の点をそれ自身に移す変換である.
- (2) 変換 $f, gf, fgf, fgfg, fgfgf$ は, 変換 $g, fg, gfg, fgfg, fgfgf$ をある順序に並べ替えたものである. 後者の 5 つの変換はそれぞれ前者の 5 つのどれと等しいか.
- (3) 3 点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を頂点とする三角形を Δ とする. Δ を f, g で繰り返し変換して得られるすべての三角形の和集合を図示せよ.