

# 京都大学（理系） 1992 年 第 6 問

$a_1, b_1, c_1$  は正の整数で  $a_1^2 + b_1^2 = c_1^2$  を満たしている.  $n = 1, 2, \dots$  について,  $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$  を次式で定める.

$$a_{n+1} = |2c_n - a_n - 2b_n|$$

$$b_{n+1} = |2c_n - 2a_n - b_n|$$

$$c_{n+1} = 3c_n - 2a_n - 2b_n$$

(1)  $a_n^2 + b_n^2 = c_n^2$  を数学的帰納法により証明せよ.

(2)  $c_n > 0$  および  $c_n \geq c_{n+1}$  を示せ.

(3)  $c_m > c_{m+1} = c_{m+2}$  となったときの  $m$  について,  $a_m : b_m : c_m$  を求めよ.