

京都大学（理系） 1982 年 第 3 問

平面上に四辺形 ABCD があって、どの頂点も、残りの頂点で作る三角形の外部にある． $\triangle BCD$ の重心を A_1 ， $\triangle CDA$ の重心を B_1 ， $\triangle DAB$ の重心を C_1 ， $\triangle ABC$ の重心を D_1 とし、四辺形 $A_1B_1C_1D_1$ を作る．これを 1 回目とし、同様の手続きをくり返して、 n 回目にえられる四辺形を $A_nB_nC_nD_n$ とする．

このとき、次のことを示せ．

- (1) 線分 AA_1 ， BB_1 ， CC_1 ， DD_1 は 1 点 P を共有する．
- (2) 点 A_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は 1 直線上にある．
- (3) A_n と P の距離 A_nP について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_nP = 0$ である．