

京都大学（理系） 1980 年 第 3 問

空間の 3 点 A, B, C の組で、次の条件をみたすものを考える.

- ① A, B, C は平面 $x + y + z = 1$ 上にある.
- ② A の座標が (l, m, n) であれば, B, C の座標はそれぞれ $(m, n, l), (n, l, m)$ である.
- ③ ベクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ は直交する (ただし, $O = (0, 0, 0)$).

このとき, そのような A, B, C のとりかたに関せず次の 3 つが成り立つことを示せ.

- (1) A, B, C は定円上にある.
- (2) 四面体 $OABC$ の体積は一定である.
- (3) BC, CA, AB, OA, OB, OC の中点をそれぞれ L, M, N, P, Q, R とすれば, 6 点 L, M, N, P, Q, R は定球面上にある.