

京都大学（理系） 1978 年 第 6 問

- (1) m, n は自然数とする．三角関数の加法定理を用いて，等式

$$\sin mx \sin nx = \frac{1}{2} \{ \cos(m-n)x - \cos(m+n)x \}$$

が成り立つことを示し，さらに次の積分 $I_{m,n}$ を求めよ．

$$I_{m,n} = \int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx \, dx$$

- (2) 整数 k ($0 \leq k \leq 5$)，自然数 m, n および実数 a, b に対して，

$$f(k) = \int_{-\pi}^{\pi} (\sin kx - a \sin mx - b \sin nx)^2 \, dx,$$

$$p(k) = \frac{5!}{k!(5-k)!} \left(\frac{1}{2} \right)^5, \quad E = \sum_{k=0}^5 p(k) f(k)$$

とおくとき， E を最小にするような m, n, a, b を求めよ．