

京都大学（理系） 1975 年 第 6 問

$\triangle ABC$ で $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC = 2$ とする. 頂点 A から斜辺 BC に垂線 AH をひく (H はその交点). 半直線 AH 上に中心 O をもつ半径 1 の円を考える.

- (1) $\triangle ABC$ の 3 つの辺が円 O の周とそれぞれ 2 点で交わるのは, $AO = x$ がどのような範囲にあるときか.
- (2) $\triangle ABC$ と円 O の内部の共通部分の面積を S とする. x が (1) の範囲にあるとき, S をつぎの関数 $F(t)$ を用いて表わせ.

$$F(t) = 2 \int_t^1 \sqrt{1-u^2} du \quad (0 \leq t \leq 1)$$

- (3) x は (1) の範囲にあるとする. $\frac{dS}{dx}$ を求め, S を最大にする x の値を求めよ.