

京都大学（理系） 1974 年 第 5 問

正の定数 a, b に対し，不等式 $4m < n^2 < 4m + \frac{a}{\sqrt{m}} + \frac{b}{m}$ を考え，次の問いに答えよ．

- (1) $m > 0$ ，かつ m, n ともに整数であって，この不等式をみたすような m, n の組は有限個しか存在しないことを証明せよ．
- (2) $a = 8, b = 9, m \geq 9$ であるときは，上の不等式をみたす整数 m, n の組は $n^2 = 4m + 1$ をみたすことを証明せよ．
- (3) (2) の場合の m, n の組のうち， n が最も大きいものを求めよ．