

京都大学（文系） 1974 年 第 5 問

正の定数  $a, b$  に対し，不等式  $4m < n^2 < 4m + \frac{a}{\sqrt{m}} + \frac{b}{m}$  を考え，次の問いに答えよ．

- (1)  $m > 0$ ，かつ  $m, n$  ともに整数であって，この不等式をみたすような  $m, n$  の組は有限個しか存在しないことを証明せよ．
- (2)  $a = 8, b = 9, m \geq 9$  であるときは，上の不等式をみたす整数  $m, n$  の組は  $n^2 = 4m + 1$  をみたすことを証明せよ．
- (3) (2) の場合の  $m, n$  の組のうち， $n$  が最も大きいものを求めよ．