

入学試験過去問題

数 学

神戸大学（理科系）

対象年度：2014 年

試験時間：120 分

問題数：5 問

第 1 問

a を実数とし, $f(x) = xe^x - x^2 - ax$ とする. 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, f(0))$ における接線の傾きを -1 とする. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) a の値を求めよ.
- (2) 関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ.
- (3) b を実数とすると, 2つの曲線 $y = xe^x$ と $y = x^2 + ax + b$ の $-1 \leq x \leq 1$ の範囲での共有点の個数を調べよ.

第 2 問

m, n ($m < n$) を自然数とし,

$$a = n^2 - m^2, \quad b = 2mn, \quad c = n^2 + m^2$$

とおく. 三辺の長さが a, b, c である三角形の内接円の半径を r とし, その三角形の面積を S とする. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) $a^2 + b^2 = c^2$ を示せ.
- (2) r を m, n を用いて表せ.
- (3) r が素数のときに, S を r を用いて表せ.
- (4) r が素数のときに, S が 6 で割り切れることを示せ.

第 3 問

空間において、原点 O を通らない平面 α 上に一辺の長さ 1 の正方形があり、その頂点を順に A, B, C, D とする。このとき、以下の問に答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{OD}$ を、 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。

(2) $OA = OB = OC$ のとき、ベクトル

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$$

が、平面 α と垂直であることを示せ。

第 4 問

n を自然数とする. 1 から $2n$ までの番号をつけた $2n$ 枚のカードを袋に入れ, よくかき混ぜて n 枚を取り出し, 取り出した n 枚のカードの数字の合計を A , 残された n 枚のカードの数字の合計を B とする. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) n が奇数のとき, A と B が等しくないことを示せ.
- (2) n が偶数のとき, A と B の差は偶数であることを示せ.
- (3) $n = 4$ のとき, A と B が等しい確率を求めよ.

第 5 問

a, b を正の実数とし, xy 平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(a, b)$ をとる. 三角形 OAB を, 原点 O を中心に 90° 回転するとき, 三角形 OAB が通過してできる図形を D とする. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) D を xy 平面上に図示せよ.
- (2) D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ.
- (3) $a + b = 1$ のとき, (2) で求めた V の最小値と, そのときの a の値を求めよ.