

入学試験過去問題

数 学

神戸大学（理科系）

対象年度：2008年

試験時間：120分

問題数：5問

第 1 問

実数 x, y に関する次の各命題の真偽を答えよ．さらに，真である場合には証明し，偽である場合には反例をあげよ．

- (1) $x > 0$ かつ $xy > 0$ ならば, $y > 0$ である．
- (2) $x \geq 0$ かつ $xy \geq 0$ ならば, $y \geq 0$ である．
- (3) $x + y \geq 0$ かつ $xy \geq 0$ ならば, $y \geq 0$ である．

第 2 問

xy 平面上に 3 点 $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$, $C(0, \sqrt{3})$ をとる. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) A , B の 2 点を中心とする同じ半径 r の 2 つの円が接する. このような r の値を求めよ.
- (2) (1) で求めた r の値について, C を中心とする半径 r の円が, A , B の 2 点を中心とする半径 r の 2 つの円のどちらとも接することを示せ.
- (3) A , B , C の 3 点を中心とする同じ半径 s の 3 つの円が直線 l に接する. このような s の値と直線 l の方程式をすべて求めよ.

第 3 問

1 から n までの自然数 $1, 2, 3, \dots, n$ の和を S とするとき、次の問に答えよ.

- (1) n を 4 で割った余りが 0 または 3 ならば, S が偶数であることを示せ.
- (2) S が偶数ならば, n を 4 で割った余りが 0 または 3 であることを示せ.
- (3) S が 4 の倍数ならば, n を 8 で割った余りが 0 または 7 であることを示せ.

第 4 問

xy 平面上に 5 点 $A(0, 2)$, $B(2, 2)$, $C(2, 1)$, $D(4, 1)$, $P(0, 3)$ をとる. 点 P を通り傾き a の直線 l が, 線分 BC と交わり, その交点は B , C と異なるとする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) a の値の範囲を求めよ.
- (2) 直線 l と線分 AB , 線分 BC で囲まれる図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を V_1 , 直線 l と線分 BC , 線分 CD で囲まれる図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を V_2 とするとき, それらの和 $V = V_1 + V_2$ を a の式で表せ.
- (3) (1) で求めた a の値の範囲で, (2) で求めた V は, $a = -\frac{3}{4}$ のとき最小値をとることを示せ.

第 5 問

n, k を自然数とする．このとき，次の問に答えよ．

- (1) $(1+x)^n$ の展開式を用いて，次の等式を示せ．

$$2^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n$$

$$0 = {}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - {}_nC_3 + \cdots + (-1)^n {}_nC_n$$

- (2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^k$ を求めよ．

- (3) 2 次の正方行列 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ は，それぞれが $\frac{1}{3}$ の確率で， $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ， $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ のいずれかになるとする． n 個の行列の積 $M_1 M_2 M_3 \cdots M_n$ が

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ と等しくなる確率を求めよ．