

(2022 前)

数 学

(文 科 系)

(1～8 ページ)

- 白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学 (文科系) 75 点

試験時間 80 分

1. a を正の実数とする. $x \geq 0$ のとき $f(x) = x^2$, $x < 0$ のとき $f(x) = -x^2$ とし, 曲線 $y = f(x)$ を C , 直線 $y = 2ax - 1$ を ℓ とする. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) C と ℓ の共有点の個数を求めよ.
- (2) C と ℓ がちょうど 2 個の共有点をもつとする. C と ℓ で囲まれた図形の面積を求めよ.

2. a を正の実数とし、円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = \sqrt{a}x - 2\sqrt{a}$ が異なる 2 点 P, Q で交わっているとする．線分 PQ の中点を $R(s, t)$ とする．以下の問に答えよ．(配点 25 点)

- (1) a のとりうる値の範囲を求めよ．
- (2) s, t の値を a を用いて表せ．
- (3) a が (1) で求めた範囲を動くときに s のとりうる値の範囲を求めよ．
- (4) t の値を s を用いて表せ．

3. a, b を実数とし, $1 < a < b$ とする. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) x, y, z を 0 でない実数とする. $a^x = b^y = (ab)^z$ ならば $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ であることを示せ.

(2) m, n を $m > n$ をみたす自然数とし, $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{5}$ とする. m, n の値を求めよ.

(3) m, n を自然数とし, $a^m = b^n = (ab)^5$ とする. b の値を a を用いて表せ.

