

(2021 前)

数 学

(文 科 系)

(1～8 ページ)

- 白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学 (文科系) 75 点

試験時間 80 分

1. i を虚数単位とする．以下の問に答えよ．(配点 25 点)

- (1) $n = 2, 3, 4, 5$ のとき $(3 + i)^n$ を求めよ．またそれらの虚部の整数を 10 で割った余りを求めよ．
- (2) n を正の整数とするととき $(3 + i)^n$ は虚数であることを示せ．

- 2.** k, x, y, z を実数とする. k が以下の (1), (2), (3) のそれぞれの場合に, 不等式

$$x^2 + y^2 + z^2 + k(xy + yz + zx) \geq 0$$

が成り立つことを示せ. また等号が成り立つのはどんな場合か.
(配点 25 点)

(1) $k = 2$

(2) $k = -1$

(3) $-1 < k < 2$

3. 水平な地面に一本の塔が垂直に建っている (太さは無視する). 塔の先端を P とし, 足元の地点を H とする. また, H を通らない一本の道が一直線に延びている (幅は無視する). 道の途中に 3 地点 A, B, C がこの順にあり, $BC = 2AB$ をみたしている. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) $2AH^2 - 3BH^2 + CH^2 = 6AB^2$ が成り立つことを示せ.
- (2) A, B, C から P を見上げた角度 $\angle PAH, \angle PBH, \angle PCH$ はそれぞれ $45^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ であった. $AB = 100 \text{ m}$ のとき, 塔の高さ $PH \text{ (m)}$ の整数部分を求めよ.
- (3) (2) において, H と道との距離 (m) の整数部分を求めよ.

