

(2018 前)

数 学

(文 科 系)

(1～8 ページ)

- 白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学 (文科系) 75 点

試験時間 80 分

1. t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする. $OABC$ を 1 辺の長さが 1 の正四面体とする. 辺 OA を $1-t:t$ に内分する点を P , 辺 OB を $t:1-t$ に内分する点を Q , 辺 BC の中点を R とする. また $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とする. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) $\overrightarrow{QP}$ と $\overrightarrow{QR}$ を t , $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.

(2) $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$ のとき, t の値を求めよ.

(3) t が (2) で求めた値をとるとき, $\triangle PQR$ の面積を求めよ.

2. $f(x) = (2x - 1)^3$ とする. 数列 $\{x_n\}$ を次のように定める.

$x_1 = 2$ であり, x_{n+1} ($n \geq 1$) は点 $(x_n, f(x_n))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線と x 軸の交点の x 座標とする.

以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) 点 $(t, f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式を求めよ.
また $t = \frac{1}{2}$ のときに, その接線と x 軸の交点の x 座標を求めよ.
- (2) $x_n > \frac{1}{2}$ を示せ. また x_n を n の式で表せ.
- (3) $|x_{n+1} - x_n| < \frac{3}{4} \times 10^{-5}$ を満たす最小の n を求めよ. ただし $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$, $0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ は用いてよい.

3. さいころを3回ふって、1回目に出た目の数を a 、2回目と3回目に出た目の数の和を b とし、2次方程式

$$x^2 - ax + b = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を考える。以下の問に答えよ。(配点25点)

- (1) $(*)$ が $x = 1$ を解にもつ確率を求めよ。
- (2) $(*)$ が整数を解にもつとする。このとき $(*)$ の解は共に正の整数であり、また少なくとも1つの解は3以下であることを示せ。
- (3) $(*)$ が整数を解にもつ確率を求めよ。

