

(2017 前)

数 学

(文 科 系)

(1～8 ページ)

- 白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学 (文科系) 75 点

試験時間 80 分

1. t を正の実数とする. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3(t^2 - 1)x + 2t^3 - 3t^2 + 1$ とおく. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) $2t^3 - 3t^2 + 1$ を因数分解せよ.

(2) $f(x)$ が極小値 0 をもつことを示せ.

(3) $-1 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最小値 m と最大値 M を t の式で表せ.

2. 次の2つの条件をみたす x の2次式 $f(x)$ を考える.

(i) $y = f(x)$ のグラフは点 $(1, 4)$ を通る.

(ii) $\int_{-1}^2 f(x) dx = 15.$

以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) $f(x)$ の1次の項の係数を求めよ.

(2) 2次方程式 $f(x) = 0$ の2つの解を α, β とするとき, α と β のみたす関係式を求めよ.

(3) (2)における α, β がともに正の整数となるような $f(x)$ をすべて求めよ.

3. $\vec{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (1, -1, -1)$, $\vec{v}_3 = (-1, 1, -1)$, $\vec{v}_4 = (-1, -1, 1)$ とする. 座標空間内の動点 P が原点 O から出発し, 正四面体のサイコロ (1, 2, 3, 4 の目がそれぞれ確率 $\frac{1}{4}$ で出る) をふるごとに, 出た目が k ($k = 1, 2, 3, 4$) のときは $\vec{v}_k$ だけ移動する. すなわち, サイコロを n 回ふった後の動点 P の位置を P_n として, サイコロを $(n+1)$ 回目によって出た目が k ならば

$$\overrightarrow{P_n P_{n+1}} = \vec{v}_k$$

である. ただし, $P_0 = O$ である. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) 点 P_2 が x 軸上にある確率を求めよ.
- (2) $\overrightarrow{P_0 P_2} \perp \overrightarrow{P_2 P_4}$ となる確率を求めよ.
- (3) 4 点 P_0, P_1, P_2, P_3 が同一平面上にある確率を求めよ.

