

(2014 前)

数 学

(文 科 系)

(1～8 ページ)

- 白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学 (文科系) 75 点

試験時間 80 分

1. 2 次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ の 2 つの解を α, β とし,

$$c_n = \alpha^n + \beta^n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

とおく. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) n を 2 以上の自然数とすると,

$$c_{n+1} = c_n + c_{n-1}$$

となることを示せ.

(2) 曲線 $y = c_1x^3 - c_3x^2 - c_2x + c_4$ の極値を求めよ.

(3) 曲線 $y = c_1x^2 - c_3x + c_2$ と, x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ.

2. m, n ($m < n$) を自然数とし,

$$a = n^2 - m^2, \quad b = 2mn, \quad c = n^2 + m^2$$

とおく. 三辺の長さが a, b, c である三角形の内接円の半径を r とし, その三角形の面積を S とする. このとき, 以下の問に答えよ.
(配点 25 点)

- (1) $a^2 + b^2 = c^2$ を示せ.
- (2) r を m, n を用いて表せ.
- (3) r が素数のときに, S を r を用いて表せ.
- (4) r が素数のときに, S が 6 で割り切れることを示せ.

3. 空間において、原点 O を通らない平面 α 上に一辺の長さ 1 の正方形があり、その頂点を順に A, B, C, D とする。このとき、以下の問に答えよ。(配点 25 点)

(1) ベクトル $\overrightarrow{OD}$ を、 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。

(2) $OA = OB = OC$ のとき、ベクトル

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$$

が、平面 α と垂直であることを示せ。

