

(2009 前)

数 学

(文 科 系)

(1～8 ページ)

- 白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学 (文科系) 75 点

試験時間 80 分

1. 以下の問に答えよ． (配点 25 点)

- (1) xy 平面において, $O(0, 0)$, $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ とする． このとき,

$$(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})^2 + |\overrightarrow{OP} - (\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})\overrightarrow{OA}|^2 \leq 1$$

をみたす点 P 全体のなす図形の面積を求めよ．

- (2) xyz 空間において, $O(0, 0, 0)$, $A\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ とする． このとき,

$$(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})^2 + |\overrightarrow{OP} - (\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA})\overrightarrow{OA}|^2 \leq 1$$

をみたす点 P 全体のなす図形の体積を求めよ．

2. a を正の実数とし, $f(x) = -a^2x^2 + 4ax$ とする. このとき, 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値を求めよ.
- (2) 2 点 $A(2, 3)$, $B(3, 3)$ を端点とする線分を ℓ とする. 曲線 $y = f(x)$ と線分 ℓ (端点を含む) が共有点を持つような a の値の範囲を求め, 数直線上に図示せよ.

3. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) A, B の 2 人がそれぞれ, 「石」, 「はさみ」, 「紙」 の 3 種類の「手」 から無作為に 1 つを選んで, 双方の「手」 によって勝敗を決める. 「石」 は「はさみ」 に勝ち「紙」 に負け, 「はさみ」 は「紙」 に勝ち「石」 に負け, 「紙」 は「石」 に勝ち「はさみ」 に負け, 同じ「手」 どうしは引き分けとする. A が B に勝つ確率と引き分ける確率を求めよ.
- (2) 上の 3 種類の「手」 の勝敗規則を保ちつつ, これらに加えて, 4 種類目の「手」 として「水」 を加える. 「水」 は「石」 と「はさみ」 には勝つが「紙」 には負け, 同じ「手」 どうしは引き分けとする. A, B がともに 4 種類の「手」 から無作為に 1 つを選ぶとすると, A が勝つ確率と引き分けの確率を求めよ.
- (3) 上の 4 種類の「手」 の勝敗規則を保ちつつ, これらに加え, さらに第 5 の「手」 として「土」 を加える. B が 5 種類の「手」 から無作為に 1 つを選ぶとき, A の勝つ確率が A の選ぶ「手」 によらないようにするためには, 「土」 と「石」「はさみ」「紙」「水」 との勝敗規則をそれぞれどのように定めればよいか. ただし, 同じ「手」 どうしの場合, しかもその場合にのみ引き分けとする.

