

(2006 前)

数 学

(文 科 系)

(1～8 ページ)

- 白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学 (文科系) 75 点

試験時間 80 分

1. 平面上に原点 O から出る, 相異なる 2 本の半直線 OX , OY をとり, $\angle XOY < 180^\circ$ とする. 半直線 OX 上に O と異なる点 A を, 半直線 OY 上に O と異なる点 B をとり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおく. 次の間に答えよ. (配点 25 点)

- (1) 点 C が $\angle XOY$ の二等分線上にあるとき, ベクトル $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ はある実数 t を用いて

$$\vec{c} = t \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right)$$

と表されることを示せ.

- (2) $\angle XOY$ の二等分線と $\angle XAB$ の二等分線の交点を P とおく. $OA = 2$, $OB = 3$, $AB = 4$ のとき, $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$ を, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ.

2. 実数 t に対して xy 平面上の直線 $\ell_t : y = 2tx - t^2$ を考える. 次の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) 点 P を通る直線 ℓ_t はただ 1 つであるとする. このような点 P の軌跡の方程式を求めよ.

(2) t が $|t| \geq 1$ の範囲を動くとき, 直線 ℓ_t が通る点 (x, y) の全体を図示せよ.

3. $\alpha = \frac{3 + \sqrt{7}i}{2}$ とする. ただし, i は虚数単位である. 次の問に答えよ. (配点 25 点)

- (1) α を解にもつような 2 次方程式 $x^2 + px + q = 0$ (p, q は実数) を求めよ.
- (2) 整数 a, b, c を係数とする 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ について, 解の 1 つは α であり, また $0 \leq x \leq 1$ の範囲に実数解を 1 つもつとする. このような整数の組 (a, b, c) をすべて求めよ.

