

2026 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

理系学部

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えは、各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。
- 4 答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 5 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ($x > 0$) とし、 O を原点とする座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。曲線 C 上の点 $P(t, f(t))$ における C の接線を ℓ とし、 ℓ と x 軸との交点を A 、 ℓ と y 軸との交点を B とする。次の問いに答えよ。

- (1) ℓ の方程式を t を用いて表せ。
- (2) A と B の座標を t を用いて表せ。
- (3) P が C 上を動くとき、三角形 OAB の面積 S の最小値を求めよ。

2 複素数平面上の 2 点 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ に対し、 α は $\alpha > 1$ を満たす実数とし、 β は $|\beta| = 1$ を満たす複素数とし、 β の実部を r とする。 B を通り、直線 AB に直交する直線を ℓ とし、点 $P(z)$ は ℓ 上を動くとする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 $C(2\beta - \alpha)$ とおくとき、 B が線分 AC の中点であることを示せ。
- (2) z は方程式 $|z - \alpha| = |z - 2\beta + \alpha|$ を満たすことを示せ。
- (3) ℓ が原点を通るとき、 $r\alpha = 1$ であることを示せ。
- (4) $r\alpha \neq 1$ のとき、 $w = \frac{1}{z}$ で表される点 $Q(w)$ が描く図形を求めよ。

3 整数 a と自然数 n に対し,

$$p_n = n^n + (-1)^n(an^2 - n) + (n-1)^2$$

とし, p_n を 3 で割った余りを r_n ($0 \leq r_n < 3$) とする。このとき, どのような n に対しても r_n が一定の値となるような a をすべて求めよ。

4 自然数 n に対し,

$$I_n = \int_0^1 x^{\sqrt{n}} |\cos(n\pi x)| dx$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) $k = 1, 2, \dots, 2n$ に対し, 次の等式を示せ。

$$\int_{\frac{k-1}{2n}}^{\frac{k}{2n}} |\cos(n\pi x)| dx = \frac{1}{n\pi}$$

(2) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$I_n \leq \frac{1}{n\pi} \sum_{k=1}^{2n} \left(\frac{k}{2n}\right)^{\sqrt{n}}$$

(3) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} \left(\frac{k}{2n}\right)^{\sqrt{n}} \leq \frac{2}{\sqrt{n}+1} + \frac{1}{n}$$

(4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} I_n$ を求めよ。

