

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（理系）

対象年度：2024年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ と $g(x) = e^{-x} \cos x$ の導関数 $f'(x)$, $g'(x)$ を求めよ。

(2) 整数 k に対し, 定積分 $\int_{k\pi}^{(k+1)\pi} e^{-x} \sin x \, dx$ を求めよ。

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{n\pi} e^{-x} |\sin x| \, dx$ を求めよ。

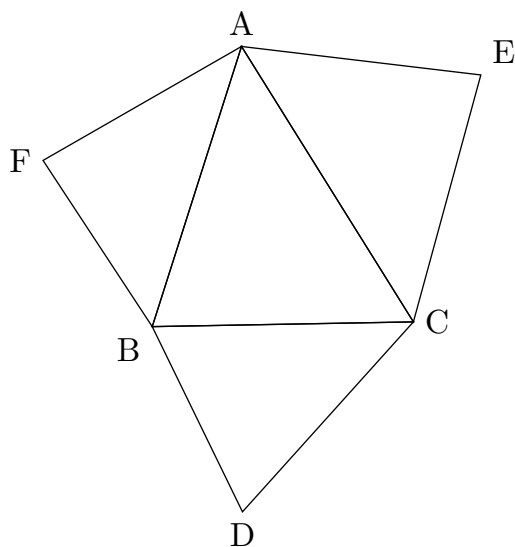
第 2 問

虚数単位を i とし、複素数 α を、 $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ とする。また、実数 u, v に対し、複素数 w, z を、 $w = u + vi$, $z = \alpha w$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) z の実部と虚部, および $|z|$ を, それぞれ u と v を用いて表せ。
- (2) $u + \sqrt{3}v - 1 = 0$ のとき, 実数 s, t を $s + ti = z^2$ で定める。 $t^2 = s + \frac{1}{4}$ であることを示せ。
- (3) $u + \sqrt{3}v - 1 = 0$ のとき, 実数 a, b を $a + bi = w^2$ で定める。 xy 平面において, 点 $P(a, b)$ と直線 $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$ の距離は, P と原点の距離に等しいことを示せ。

第 3 問

次の図は、ある四面体 T の展開図である。ここで、 $AB = \sqrt{10}$, $AC = \sqrt{13}$, $BF = \sqrt{5}$, $AF = \sqrt{7}$, および $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = 0$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 7$ である。このとき、三角形 ABC の面積および四面体 T の体積を求めよ。



第 4 問

n を自然数とする。3 辺の長さが $\sqrt{a_n}$, $\sqrt{a_{n+1}}$, $\sqrt{a_{n+1}}$ である二等辺三角形の面積が $\frac{\sqrt{3}}{4}$ となる数列 $\{a_n\}$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 3 辺の長さが $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{b}$ である二等辺三角形の面積を求めよ。
- (2) 漸化式 $a_{n+1} = \frac{1}{4} \left(a_n + \frac{3}{a_n} \right)$ を示せ。また, $a_{n+1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ であることを示せ。
- (3) 等式 $a_{n+1} - 1 = \frac{a_n - 3}{4a_n} (a_n - 1)$ を示せ。
- (4) $|a_1 - 1| \leq \frac{1}{4}$ とする。このとき, すべての n について,

$$|a_{n+1} - 1| \leq \frac{3}{4} |a_n - 1|$$

が成り立つことを示し, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。