

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（理系）

対象年度：2021 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を, 初項 $a_1 = -1$, $b_1 = 2$ と漸化式

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n - 4b_n \\ b_{n+1} = a_n + 5b_n \end{cases}$$

で定める。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $c_n = a_{n+1} - 3a_n$ とおくとき, 数列 $\{c_n\}$ が漸化式 $c_{n+1} = 3c_n$ を満たすことを示せ。
- (2) $d_n = \frac{a_n}{3^n}$ とおくとき, 数列 $\{d_n\}$ が満たす漸化式を導き, 数列 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

第 2 問

n を 2 以上の自然数とし、関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \frac{\log x}{x^n} \quad (x > 1)$$

と定める。 $y = f_n(x)$ で表される曲線を C とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $x > 1$ のとき、 $\log x < x - 1$ を示せ。また、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ を示せ。
- (2) 関数 $f_n(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) 曲線 C の変曲点を求めよ。また、その変曲点における接線と y 軸との交点を $(0, y_n)$ とおくと、 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ を求めよ。

第 3 問

底面の半径が 1 で高さが 1 である直円柱を考える。直円柱の底面の直径を含みこの底面と 30° の傾きをなす平面により、直円柱を 2 つの立体に分けると、小さい方の立体の体積を求めよ。

第 4 問

n を 2 以上の自然数とし、点 O を中心とする半径 1 の円周上にすべての頂点をもつ正 $2n$ 角形を考える。そのうちの 1 つの頂点を A とし、 A とそれ以外の頂点を結ぶ線分が点 O を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円と共有点をもつような頂点の個数を a_n とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) a_{2021} を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \frac{2}{3}$ を示せ。