

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（理系）

対象年度：2018年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

1 個のサイコロを 4 回続けて投げて出た目の数を順に a, b, c, d とおき, 2 直線 ℓ_1, ℓ_2 を

$$\ell_1 : y = ax + b, \quad \ell_2 : y = cx + d$$

と定める。次の問いに答えよ。

- (1) ℓ_1 と ℓ_2 が一致する確率を求めよ。
- (2) ℓ_1 と ℓ_2 が 1 点で交わる確率を求めよ。
- (3) ℓ_1 と ℓ_2 が 1 点で交わり, その交点の x 座標, y 座標がともに整数となる確率を求めよ。

第 2 問

a, k を定数とし, 曲線 $C_1 : y = e^x$ および曲線 $C_2 : y = k\sqrt{x-a}$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) 2つの曲線 C_1, C_2 が共有点をもつための, a, k が満たすべき条件を求めよ。

以下, 2つの曲線 C_1, C_2 が共有点 $P(t, e^t)$ において同一の直線 ℓ に接しているとする。

(2) a と k を t を用いて表せ。

(3) 直線 ℓ が原点を通るとする。このとき, 曲線 C_1 , 曲線 C_2 , x 軸, y 軸で囲まれる図形を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

第 3 問

a, b, c を正の数とする。楕円 $C : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ が、4 点 $(c, 0), (0, c), (-c, 0), (0, -c)$ を頂点とする正方形の各辺に接しているとする。4 つの接点を頂点とする四角形の面積を S 、楕円 C で囲まれる図形の面積を T とする。このとき、不等式

$$\frac{S}{T} \leq \frac{2}{\pi}$$

が成り立つことを証明せよ。また、等号が成り立つのはどのようなときか答えよ。

第 4 問

座標空間において、原点 $(0, 0, 0)$ と点 $(1, 1, -3)$ を通る直線を ℓ 、2つの点 $(-6, 6, 0)$, $(1, 2, 1)$ を通る直線を m とする。直線 ℓ 上の点 P と直線 m 上の点 Q を、直線 PQ が直線 ℓ , m のいずれにも直交するようにとる。次の問いに答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{PQ}|$ を求めよ。
- (2) A を直線 ℓ 上の点、 B を直線 m 上の点とする。ただし、 $A \neq P$ とする。このとき、 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ であることを示せ。
- (3) 直線 ℓ 上の2点 A, C をそれらの中点が P となるようにとる。同様に、直線 m 上の2点 B, D をそれらの中点が Q となるようにとる。 $|\overrightarrow{PA}| = a$, $|\overrightarrow{QB}| = b$ のとき、三角形 BDP の面積と四面体 $ABCD$ の体積を求めよ。