

2018 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

理系学部

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えは、各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。
- 4 答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 5 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

- 1 1 個のサイコロを 4 回続けて投げて出た目の数を順に a, b, c, d とおき、
2 直線 ℓ_1, ℓ_2 を

$$\ell_1 : y = ax + b, \quad \ell_2 : y = cx + d$$

と定める。次の問いに答えよ。

- (1) ℓ_1 と ℓ_2 が一致する確率を求めよ。
- (2) ℓ_1 と ℓ_2 が 1 点で交わる確率を求めよ。
- (3) ℓ_1 と ℓ_2 が 1 点で交わり、その交点の x 座標, y 座標がともに整数となる確率を求めよ。

- 2 a, k を定数とし、曲線 $C_1 : y = e^x$ および曲線 $C_2 : y = k\sqrt{x-a}$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 2 つの曲線 C_1, C_2 が共有点をもつための, a, k が満たすべき条件を求めよ。

以下、2 つの曲線 C_1, C_2 が共有点 $P(t, e^t)$ において同一の直線 ℓ に接しているとする。

- (2) a と k を t を用いて表せ。
- (3) 直線 ℓ が原点を通るとする。このとき、曲線 C_1 , 曲線 C_2 , x 軸, y 軸で囲まれる図形を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

- 3 a, b, c を正の数とする。楕円 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ が、4点 $(c, 0), (0, c), (-c, 0), (0, -c)$ を頂点とする正方形の各辺に接しているとする。4つの接点を頂点とする四角形の面積を S 、楕円 C で囲まれる図形の面積を T とする。このとき、不等式

$$\frac{S}{T} \leq \frac{2}{\pi}$$

が成り立つことを証明せよ。また、等号が成り立つのはどのようなときか答えよ。

- 4 座標空間において、原点 $(0, 0, 0)$ と点 $(1, 1, -3)$ を通る直線を ℓ 、2つの点 $(-6, 6, 0), (1, 2, 1)$ を通る直線を m とする。直線 ℓ 上の点 P と直線 m 上の点 Q を、直線 PQ が直線 ℓ, m のいずれにも直交するようにとる。次の問いに答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{PQ}|$ を求めよ。
- (2) A を直線 ℓ 上の点、 B を直線 m 上の点とする。ただし、 $A \neq P$ とする。このとき、 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ であることを示せ。
- (3) 直線 ℓ 上の2点 A, C をそれらの中点が P となるようにとる。同様に、直線 m 上の2点 B, D をそれらの中点が Q となるようにとる。 $|\overrightarrow{PA}| = a, |\overrightarrow{QB}| = b$ のとき、三角形 BDP の面積と四面体 $ABCD$ の体積を求めよ。

