

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（理系）

対象年度：2017年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

次の問いに答えよ。

- (1) $z^6 + 27 = 0$ を満たす複素数 z をすべて求め、それらを表す点を複素数平面上に図示せよ。
- (2) (1) で求めた複素数 z を偏角が小さい方から順に $z_1, z_2, \dots$ とするとき、 z_1, z_2 と積 $z_1 z_2$ を表す 3 点が複素数平面上で一直線上にあることを示せ。ただし、偏角は 0 以上 2π 未満とする。

第 2 問

座標平面上の放物線 $y = x^2$ 上に点 $P(t, t^2)$ ($t > 0$) をとる。原点 $O(0, 0)$ を通り、直線 OP に垂直な直線を l とする。また、 $0 < a \leq 1$ として、点 $A(0, a)$ をとる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 PA と l は交わることを示し、その交点 $Q(u, v)$ の座標を t と a を用いて表せ。
- (2) t がすべての正の実数値をとって変化するとき、(1) で求めた点 $Q(u, v)$ の軌跡が $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 1\right)$ を通るとする。このとき、定数 a の値を求め、点 $Q(u, v)$ の軌跡を求めよ。

第 3 問

$0 < a < 3$ とし, $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で 2 つの関数

$$f(x) = 3 - a \sin x, \quad g(x) = 2 \cos^2 x$$

を考える。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) \geq g(x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) となる a の値の範囲を求めよ。
- (2) 2 つの曲線 $C_1: y = f(x)$ と $C_2: y = g(x)$ が, ちょうど 2 つの共有点をもつとき, 共有点の x 座標 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) と a の値を求めよ。また, そのときの C_1 と C_2 の概形を同一座標平面上にかけ。
- (3) (2) のとき, C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

第 4 問

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{7}{a_n} \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $a_n > \sqrt{7}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_n - \sqrt{7}}{a_n + \sqrt{7}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $b_{n+1} = b_n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n} \log(a_n - \sqrt{7})$ を求めよ。