

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（理系）

対象年度：2016 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は

$$\begin{cases} a_1 = b_1 = 2, \\ a_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{4}a_n - \frac{\sqrt{6}}{4}b_n, & b_{n+1} = \frac{\sqrt{6}}{4}a_n + \frac{\sqrt{2}}{4}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たすものとする。 a_n を実部とし b_n を虚部とする複素数を z_n で表すとき、次の問いに答えよ。

- (1) $z_{n+1} = wz_n$ を満たす複素数 w と、その絶対値 $|w|$ を求めよ。
- (2) 複素数平面上で、点 z_{n+1} は点 z_n をどのように移動した点であるかを答えよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 複素数平面上の 3 点 $0, z_n, z_{n+1}$ を頂点とする三角形の周と内部を黒く塗りつぶしてできる図形を T_n とする。このとき、複素数平面上で $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$ によって黒く塗りつぶされる領域の面積を求めよ。

第 2 問

曲線 $C: x^2 + 4y^2 = 4$ 上を動く点 P と、 C 上の定点 $Q(2, 0)$, $R(0, 1)$ がある。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle PQR$ の面積の最大値と、そのときの P の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた点 P に対して直線 PQ を考える。曲線 C によって囲まれた図形を直線 PQ で 2 つに分けたとき、直線 PQ の下方にある部分の面積を求めよ。

第 3 問

次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $25x + 9y = 1$ の整数解をすべて求めよ。
- (2) 方程式 $25x + 9y = 33$ の整数解をすべて求めよ。さらに、これらの整数解のうち、 $|x + y|$ の値が最小となるものを求めよ。
- (3) 2 つの方程式 $25x + 9y = 33$, $xy = -570$ を同時に満たす整数解をすべて求めよ。

第 4 問

a, b を実数とする。 $f(x) = 2\sqrt{1+x^2} - ax^2$ とし、 x についての方程式 $f(x) = b$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $a > 0$ のとき、関数 $f(x)$ の最大値を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = b$ の異なる実数解の個数が最も多くなる時の点 (a, b) の範囲を図示せよ。