

2016 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

理系学部

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えは、各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。
- 4 答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 5 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は

$$\begin{cases} a_1 = b_1 = 2, \\ a_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{4}a_n - \frac{\sqrt{6}}{4}b_n, \quad b_{n+1} = \frac{\sqrt{6}}{4}a_n + \frac{\sqrt{2}}{4}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たすものとする。 a_n を実部とし b_n を虚部とする複素数を z_n で表すとき、次の問いに答えよ。

- (1) $z_{n+1} = wz_n$ を満たす複素数 w と、その絶対値 $|w|$ を求めよ。
- (2) 複素数平面上で、点 z_{n+1} は点 z_n をどのように移動した点であることを答えよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 複素数平面上の 3 点 $0, z_n, z_{n+1}$ を頂点とする三角形の周と内部を黒く塗りつぶしてできる図形を T_n とする。このとき、複素数平面上で $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$ によって黒く塗りつぶされる領域の面積を求めよ。

2 曲線 $C: x^2 + 4y^2 = 4$ 上を動く点 P と、 C 上の定点 $Q(2, 0), R(0, 1)$ がある。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle PQR$ の面積の最大値と、そのときの P の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた点 P に対して直線 PQ を考える。曲線 C によって囲まれた図形を直線 PQ で 2 つに分けたとき、直線 PQ の下方にある部分の面積を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $25x + 9y = 1$ の整数解をすべて求めよ。
- (2) 方程式 $25x + 9y = 33$ の整数解をすべて求めよ。さらに、これらの整数解のうち、 $|x + y|$ の値が最小となるものを求めよ。
- (3) 2つの方程式 $25x + 9y = 33$, $xy = -570$ を同時に満たす整数解をすべて求めよ。

4 a, b を実数とする。 $f(x) = 2\sqrt{1+x^2} - ax^2$ とし、 x についての方程式 $f(x) = b$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $a > 0$ のとき、関数 $f(x)$ の最大値を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = b$ の異なる実数解の個数が最も多くなる時の点 (a, b) の範囲を図示せよ。

