

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（理系）

対象年度：2014 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

a を実数とする。このとき、座標空間内の球面 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$ と直線 $\ell : (x, y, z) = (2, -1, 0) + t(-1, a, a)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) S と ℓ が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) a の値が (1) で求めた範囲にあるとき、 S と ℓ の 2 つの交点の間の距離 d を a を用いて表せ。
- (3) (2) の d が最大となるような実数 a の値とそのときの d を求めよ。

第 2 問

関数 $y = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ のグラフ C について、次の問いに答えよ。

(1) C の変曲点のうち、 x 座標が最大となる点 P の x 座標を求めよ。

(2) (1) で求めた P の x 座標を b とするとき、

$$\tan \theta = e^b$$

をみたす $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ に対し、 $\tan 2\theta$ および θ の値を求めよ。

(3) 上の b に対する直線 $x = b$ と x 軸、 y 軸および C で囲まれた図形の面積を求めよ。

第 3 問

行列

$$P = \begin{pmatrix} x & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & y \end{pmatrix}$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) $P^2 = P$ をみたす実数の組 (x, y) は 2 組ある。これらを求めよ。
- (2) (1) で求めた 2 つの組を $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ とし、それぞれに対応する行列 P を P_1, P_2 とおく。ただし、 $x_1 < x_2$ とする。このとき、 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し

$$(P_1 P_2)^n P_1 = r_n P_1$$

をみたす実数 r_n を求めよ。

- (3) 重複を許して P_1, P_2 を 6 個並べて得られる順列

$$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \quad Q_5 \quad Q_6$$

のうちで $Q_1 = P_1$ となるものすべてを考え、それぞれの順列に 6 個の行列の積 $P_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 Q_6$ を対応させる。このようにして得られる行列のうち、異なるものはいくつあるか。

第 4 問

自然数が 1 つずつ書かれている玉が、

① ① ② ① ② ③ ① ② ③ ④ ① ② ③ ④ ⑤ ① ② ……

のように 1 列に並べられている。次の問いに答えよ。

- (1) 数 100 が書かれた玉が最初に現れるのは何番目か。
- (2) 自然数 n に対し、 $2n^2$ 番目の玉に書かれている数はいくつか。
- (3) 1 番目から $2n^2$ 番目までの玉をすべて袋に入れた。この袋から 2 つの玉を取り出すとき、同じ数が書かれた玉を取り出す確率を求めよ。