

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（理系）

対象年度：2006 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

次の問いに答えよ。

- (1) 条件 $x_1 = 1$, $x_{n+1} = x_n + 2^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 条件 $y_1 = \frac{4}{3}$, $\frac{1}{y_{n+1}} = \frac{4}{y_n} + \frac{3}{4}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{y_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ をそれぞれ (1), (2) の数列とする。2 つのベクトル $\vec{a_n} = \left(16 - \frac{1}{x_n}, \frac{16}{x_n} - 1\right)$, $\vec{b_n} = \left(\frac{x_n}{4}, \frac{1}{y_n}\right)$ が垂直であるときの正の整数 n の値を求めよ。

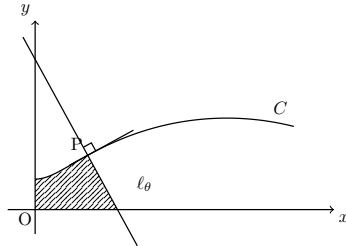
第 2 問

xy 平面上の円 $C : x^2 + y^2 = 3$ 上に 2 点 $A(0, \sqrt{3})$, $B(0, -\sqrt{3})$ がある。点 $P(0, \sqrt{2})$ を通る直線と円 C の交点を Q, R とする。ただし、点 R は第 1 象限にあり、 $\angle APR = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 原点 O から線分 QR へ垂線をひき QR との交点を S とする。線分 OS , QR の長さをそれぞれ θ を用いて表せ。
- (2) $\triangle AQB$ と $\triangle ABR$ の面積をそれぞれ T_1, T_2 とする。 $T_1 = \sqrt{3}QP \sin \theta$, $T_2 = \sqrt{3}PR \sin \theta$ が成り立つことを示し、四角形 $AQBR$ の面積 $S(\theta)$ を求めよ。
- (3) (2) の $S(\theta)$ に対して、 $2\sqrt{3} < S(\theta)$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

第 3 問

xy 平面上に媒介変数 t で表された曲線 $C: x = 2t - \sin t, y = 2 - \cos t$ がある。 $t = \theta$ ($0 < \theta < \pi$) のときの点 $P(2\theta - \sin \theta, 2 - \cos \theta)$ における C の法線を ℓ_θ とする。 ℓ_θ と x 軸と y 軸で囲まれた三角形の面積を $S(\theta)$ とし、その三角形と曲線 C の下側にある部分との共通部分 (図の斜線部) の面積を $T(\theta)$ とする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) 直線 ℓ_θ の方程式を求めよ。
- (2) $S(\theta)$ を求めよ。
- (3) $T(\theta)$ を求めよ。
- (4) 極限值 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{T(\theta)}{S(\theta)}$ を求めよ。

第 4 問

定数 a, b, c に対し, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ -1 & b \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & -2c \end{pmatrix}$ が等式 $AX = XD$ を満たしている。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) a, b, c の値を求めよ。
- (2) 正の整数 n に対し, A^n を求めよ。
- (3) (2) の A^n に対し, $A^n = \begin{pmatrix} s_n & t_n \\ u_n & w_n \end{pmatrix}$, $x_n = s_n - u_n$, $y_n = t_n - w_n$ とおく。 xy 平面上の点 P_n, Q_n を $P_n(x_n, x_n)$, $Q_n(x_{n+1}, y_{n+1})$ と定める。3つの直線 OP_n , OQ_n , P_nQ_n で囲まれた部分を y 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積を V_n とする。このとき, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ の和を求めよ。