2024年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 四面体 OABC において，$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。辺 OA の中点を D，辺 AB を $2:1$ に内分する点を E，辺 BC を $3:2$ に内分する点を F とする。また，実数 s に対し，点 G を $\overrightarrow{\mathrm{OG}} = s\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を満たす点とし，$0 < t < 1$ である実数 t に対し，線分 GE を $t:(1-t)$ に内分する点を H とする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を s，t，$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ で表せ。

(3) 線分 DF と線分 GE が点 H で交わるとき，s，t の値を求め，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ で表せ。

2. 数列 $\{a_n\}$ を，初項 $a_1 = a$，公比 r の等比数列とし，この数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする。次の問いに答えよ。

(1) $a = 8$，$r = 5$ のとき，$S_k = 1248$ となる自然数 k を求めよ。

(2) $a = 6$ で，ある自然数 k に対し，$S_k = 378$，$S_{2k} = 24570$ であるとき，公比 r と k を求めよ。

(3) ある自然数 k に対し，$a_k = 54$，$S_k = 80$，$S_{2k} = 6560$ であるとき，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3. $f(x) = -x^2 + x + 1$，$g(x) = -x^3 + x + 1$ とする。座標平面において，点 A $(0,\ 1)$ は，2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点である。A と異なる，2 つの曲線の共有点を B とする。また，$p < 0$ とし，点 $(p,\ g(p))$ における $y = g(x)$ の接線を ℓ とする。次の問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の点 A での接線が一致することを示せ。

(3) 直線 ℓ の方程式を p を用いて表せ。また，ℓ が点 B を通るとき，p の値を求めよ。

(4) $x \geqq 0$ のときは $y = f(x)$，$x < 0$ のときは $y = g(x)$ で表される曲線を C とする。直線 ℓ が点 B を通るとき，ℓ と曲線 C で囲まれた部分の面積を求めよ。