2023年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. $a > 0$ とし，曲線 $C_1 : y = 5x^2$ と曲線 $C_2 : y = x^2 + 4a^2$ を考える。C_1 と C_2 の共有点のうち，x 座標が正のものを P とし，P における C_2 の接線を ℓ とする。次の問いに答えよ。

(1) P の座標と ℓ の方程式を求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(3) C_1 と ℓ で囲まれた図形の面積を T とする。(2) で求めた S との比 $\dfrac{T}{S}$ を求めよ。

2. 次の問いに答えよ。

(1) 整数 n に対して, $x = 7n, y = 17(17-n)$ が不定方程式 $17x+7y = 2023$ を満たすことを示せ。

(2) $17x + 7y = 2023$ を満たす整数 x，y は，整数 n を用いて $x = 7n$, $y = 17(17 - n)$ と表されるものに限ることを示せ。

(3) $17x + 7y = 2023$ を満たす整数 x，y のうち，$|xy - 2023|$ を最小にするものを求めよ。

3. 実数 a，b が，次の条件を満たすとする。

$(x,\ y)$ を座標とする座標平面において，不等式 $y \geqq ax + b$ が表す領域に点 $\mathrm{A}\,(-1,\ 1)$ と点 $\mathrm{B}\,(1,\ 1)$ があり，不等式 $y \leqq ax + b$ が表す領域に点 $\mathrm{C}\,(-3,\ -1)$ と点 $\mathrm{D}\,(3,\ -1)$ がある。

次の問いに答えよ。

(1) $b = 0$ のとき，a のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) 与えられた条件を満たす $(a,\ b)$ 全体の集合を，$(a,\ b)$ を座標とする座標平面に図示せよ。

(3) $(x,\ y)$ を座標とする座標平面上で，点 $\mathrm{P}\,(5,\ -2)$，点 $\mathrm{Q}\,(5,\ 3)$ を考える。このとき，直線 $y = ax + b$ は線分 PQ と必ず共有点を持つことを示せ。