2022年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 関数 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$ について，次の問いに答えよ。

(1) 3 次方程式 $f(x) = 0$ を解け。

(2) $y = f(x)$ の接線で傾きが 1 であるものを，すべて求めよ。

(3) (2) で求めた接線のうち，y 切片が正のものを ℓ とする。x 軸，y 軸，$y = f(x)$ および ℓ で囲まれる図形の面積を求めよ。

2. 平面上の △OAB で，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right| = \sqrt{2}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 1$ となるものを考え，点 B から直線 OA に下ろした垂線と OA の交点を H とする。また t を実数とし，$\overrightarrow{\mathrm{BP}} = t\overrightarrow{\mathrm{BH}}$ となる点 P をとる。$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) H は辺 OA の中点であることを示せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，t を用いて表せ。

以下において，P は △OAB の外接円の中心であるとする。

(3) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|^2 = x$ とするとき，t を x を用いて表せ。

(4) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right| = \sqrt{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|$ を満たすとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|$ の値を求めよ。

3. m は自然数とする。数列 $\{a_n\}$ を初項から順に, 第 m 群が連続した $12m-6$ 個の項からなるように群に分ける。第 m 群の最後の項は数列 $\{a_n\}$ の第 t_m 項であるとする。次の問いに答えよ。

(1) 第 2 群の最初の項と最後の項は，数列 $\{a_n\}$ のそれぞれ何番目の項か。

(2) t_m を m を用いて表せ。

(3) a_{2022} が第 k 群に含まれるとき，k を求めよ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ を，初項が整数 c で公差が 1 の等差数列とするとき,

$$\sum_{n=1}^{t_m} a_n = 48$$

を満たす c と m を求めよ。