2021年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 関数 $f(x)=x^3+2x^2-4x-3$ に対し, 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}\,(-1,\ f(-1))$ における接線の方程式を $y=g(x)$ とする。関数 $h(x)$ を

$$h(x)=x(x+1)(x-1)+g(x)$$

と定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 接線の方程式 $y=g(x)$ を求めよ。

(2) $y=f(x)$ と $y=g(x)$ との共有点のうち，P と異なる点を Q とする。曲線 $y=h(x)$ が点 P，Q を通ることを示せ。

(3) 2 つの曲線 $y=f(x)$ と $y=h(x)$ とで囲まれる部分の面積を求めよ。

2. 平面上の $\triangle\mathrm{ABC}$ で $\mathrm{AB}=4,\ \mathrm{BC}=5,\ \mathrm{AC}=3$ となるものを考え，$\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円の中心を O とする。また，辺 AC を $1:5$ の比に内分する点を P とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\cos\angle\mathrm{ABC}$ と $\cos\angle\mathrm{AOC}$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|$ と $\cos\angle\mathrm{POC}$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の値を求めよ。

(4) 点 B と点 P を通る直線が $\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円と交わる点で B と異なる点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を用いて表せ。

3. 次の問いに答えよ。

(1) n を整数とするとき，一次不定方程式 $3x+5y=n$ の整数解をすべて求めよ。

(2) 0 以上 7 以下の整数 n のうち，0 以上の整数 x，y を用いて $n=3x+5y$ と表せないものの個数を求めよ。

(3) 8 以上のすべての整数 n は，0 以上の整数 x，y を用いて $n=3x+5y$ と表せることを示せ。