2020年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. $\triangle$ABC において，$\angle$CAB $= \theta$，$\angle$ABC $= \dfrac{\pi}{2}$，AB $= 2$，AC $= \sqrt{5}$ とする。点 B から辺 AC に下ろした垂線を BP とする。線分 BP 上に点 B とは異なる点 Q を，また Q から辺 BC に下ろした垂線 QR を PQ $=$ QR となるようにとる。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\cos\theta$ の値を求めよ。

(2) 内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ および $\left|\vec{b} + \vec{c}\right|$ の値を求めよ。

(3) PQ の長さを求めよ。

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

2. 実数 x に対して，関数

$$f(x) = 8^x - 4^{x+\frac{1}{2}} + 2^x + \frac{23}{27}$$

を考える。次の問いに答えよ。

(1) $2^x = t$ とおいて，$f(x)$ を t の式で表せ。

(2) (1) で求めた t の式を $g(t)$ とおく。$t > 0$ のとき，関数 $y = g(t)$ のグラフをかけ。

(3) $a > -2$ とする。$-2 \leqq x \leqq a$ における $f(x)$ の最大値が 1 となるような a の値の範囲を求めよ。

3. 座標平面上で関数 $y = x^2 - 6$ のグラフを C_1，関数 $y = -\dfrac{|x|}{\sqrt{3}} + 8$ のグラフを C_2 とする。次の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 の共有点の座標を求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

(3) 座標平面上で x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という。C_1 と C_2 で囲まれた図形内（周上も含める）にある格子点の個数を求めよ。