

2019 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

文系学部

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 答案用紙は 3 枚である。
- 3 答えは、各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。
- 4 答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 5 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $13x + 9y = 1$ の整数解をすべて求めよ。
- (2) 不等式 $|t(t + 300)| \leq 20000$ を満たす実数 t の値の範囲を求めよ。
- (3) (2) で求めた範囲に含まれる整数の個数を求めよ。ただし、必要ならば $4.12 < \sqrt{17} < 4.13$ を用いてよい。
- (4) 13 で割ると 11 余り, 9 で割ると 7 余るような整数で, (2) で求めた範囲に含まれるものは何個あるか。また, そのうち最小となるものを求めよ。

2. k を 0 以上の定数とし, 3 次関数

$$f(x) = x^3 - (2k + 1)x^2 - (k^3 - 8k)x + (k^3 - 6k)$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $f(1)$ を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (3) k が 0 以上の実数全体を動くとき, $f(0)$ のとり得る値の最小値は $-4\sqrt{2}$ であることを示せ。また, $f(0) = -4\sqrt{2}$ のとき, 方程式 $f(x) = 0$ の実数解の個数を求めよ。

3. 自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、座標が $(\cos \theta_n, \sin \theta_n)$ である単位円上の点 P_n が次の規則 (i), (ii) で定められている。

(i) $\theta_1 = 0, \theta_2 = \frac{\pi}{3}$ とし、各 n について、

$$\theta_n < \theta_{n+1} < \theta_{n+2} < \theta_n + 2\pi$$

が成り立つ。

(ii) 各 n について、 P_{n+2} は、 P_n, P_{n+1} を両端とする 2 つの弧のうち、 P_{n+2} を含む弧を 2 等分する点である。

このように定めるとき、 $\theta_3 = \frac{7}{6}\pi$ であることがわかる。次の問いに答えよ。

(1) θ_4, θ_5 を求めよ。

(2) $\theta_{n+1} - \theta_n = \beta_n$ とおくとき、 $\beta_{n+1} = -\frac{1}{2}\beta_n + \pi$ を示し、数列 $\{\beta_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{\theta_n\}$ の一般項を求めよ。

